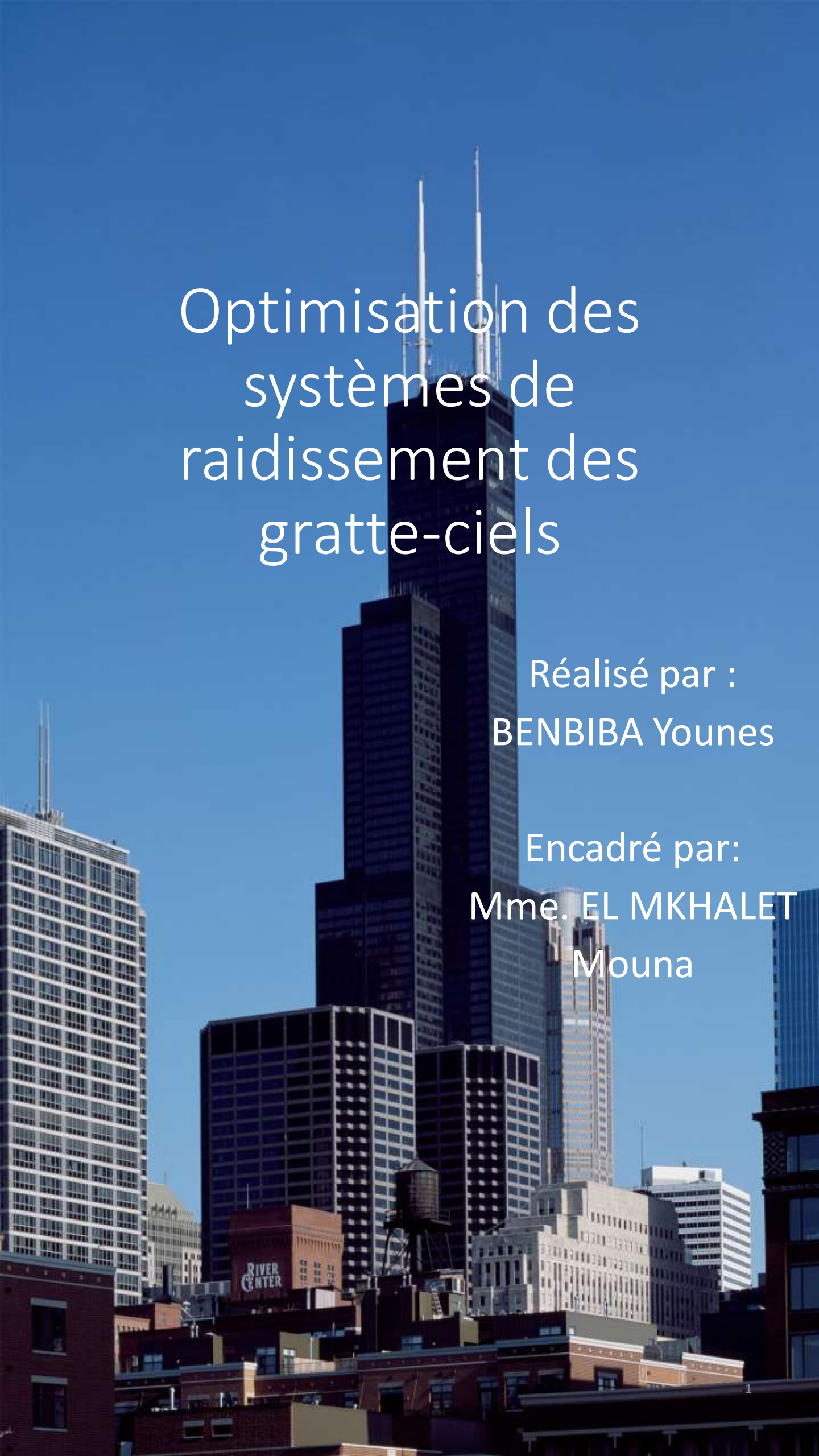


A photograph of the Chicago skyline under a clear blue sky. The Willis Tower is the central focus, with its distinctive black facade and white antenna spires. To its left is a white skyscraper with a grid of windows. In the foreground, there are lower-rise buildings, including one with a 'RIVER CENTER' sign and a water tower. The text is overlaid on the upper half of the image.

# Optimisation des systèmes de raidissement des gratte-ciels

Réalisé par :  
BENBIBA Younes

Encadré par:  
Mme. EL MKHALET  
Mouna

## Plan:

- ❖ Justification de choix
- ❖ Définition des systèmes de raidissement (ou raidisseurs)
- ❖ Types des systèmes de raidissement
- ❖ Problématique
- ❖ Le système de raidissement choisit pour cette étude
- ❖ Modèle Théorique du comportement du gratte-ciel
- ❖ Modèle Mathématique
- ❖ Résolution de l' équation de comportement
  1. La résolution par la méthode de continuum
  2. La résolution par la méthode optimisée de Khan & Sbarounis
- ❖ L'application de la méthode de Khan & Sbarounis
- ❖ L'application au Maroc
- ❖ Conclusion et qui peut intervenir dans ce projet d'optimisation
- ❖ Références

## Justification de choix:

En entendant parler du génie civil, la première pensée qui me vient à l'esprit est la construction des bâtiment ou le secteur du BTP en général. Et parmi les volets de construction qui me semblent les plus challengeant est celui des gratte-ciels. C'est parce que plus la superficie est massive et plus on augmente de hauteur, plus de variables entrent en considération (charges du vent, effets parasismiques,...) et plus les risques augmentent en magnitude, soit lors de l'étude ou lors de la construction.

Et c'est dans ce sens que je vous remercie madame de nous donner plus de motifs pour faire des recherches dans le cadre du programme sur les domaines du génie civil qui nous semblent fascinants.

Pour moi, je me demandais depuis toujours: Puisque les gratte-ciels ont énormément de surface latérale, quel effet a le vent sur telle construction? Comment est-ce que les ingénieurs ont pu remédier a ce problème et quelles méthodes d'optimisation ont-ils utilisé pour analyser ce dernier?

# Définition des systèmes de raidissement (ou raidisseurs)

## En général:

Appareil servant à tendre les fils des clôtures, les fils téléphoniques, les câbles d'un appareil de manutention.

## Dans le secteur de construction:

- Tout organe servant à renforcer un support, une charpente, etc.
- Élément d'ossature dans un panneau de coffrage, assurant en particulier sa rigidité sous l'effet de la poussée du béton.
- Chaînage vertical, potelet en béton armé inséré dans un mur en maçonnerie.
- Poutre horizontale transmettant les actions du fût d'un appui de pont sur la fondation.

## Types des systèmes de raidissement

### ➤ Dalles sur murs et/ou colonnes

La transmission des charges horizontales est faite par les planchers aux colonnes/murs puis de ces éléments verticaux aux fondations. La liaison entre les éléments horizontaux et verticaux doit donc être semi-rigide afin de ne pas devoir disposer de contreventement supplémentaire.

### ➤ Couplage de refends

L'interconnexion des murs par des poutres ou des dalles est très rigides de manière à ce qu'ils travaillent ensemble. La rigidité totale du système est alors supérieure à la somme des rigidités individuelles des refends

### ➤ Cadres rigides

Ce système se compose de colonnes et de dalles rigidement liées. Les dalles peuvent être assimilées à des poutres si leur épaisseur est suffisante ou si elles sont composées de sommiers reliant directement deux colonnes.

### ➤ Noyau(x)

Dans les bâtiments à étages multiples, des ouvertures centrales permettant les circulations verticales sont toujours construites. Ces ouvertures sont souvent utilisées pour des cages d'ascenseur ou d'escaliers ne nécessitant généralement pas de lumière naturelle. Il est donc très fréquent de les construire en béton armé, ce qui crée une structure verticale très rigide appelée : « noyau ».

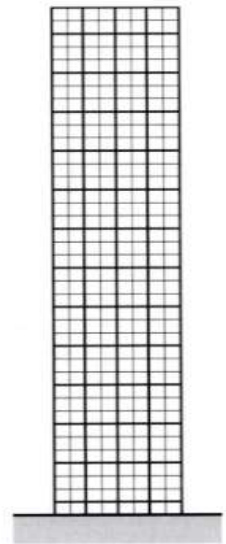


Figure 1 : Système en cadres rigides [4]

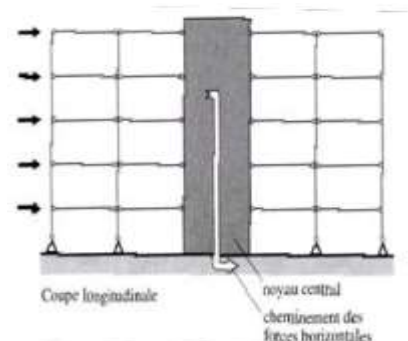
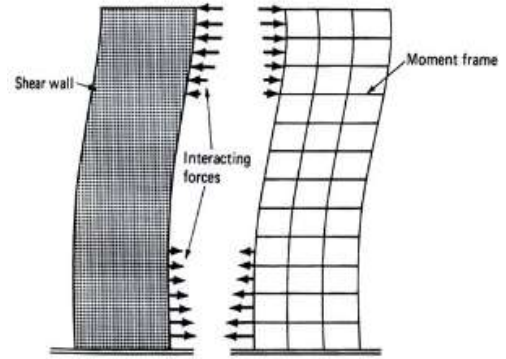


Figure 2 : Système à noyau central

# Types des systèmes de raidissement

## ➤ Interaction murs/noyau(x) et cadres

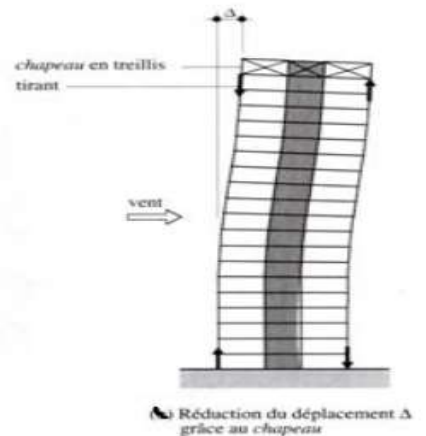
Ce système est sans conteste le plus utilisé pour la construction de systèmes résistants aux charges latérales. Il peut aussi bien être appliqué pour des bâtiments de 10 étages que pour des gratte-ciel jusqu'à 50 étages.



## ➤ Noyau(x) et étage(s) de raidissement

Pour des gratte-ciel dès 50-60 étages, le système précédent n'est généralement plus suffisant pour assurer seul la stabilité de la structure face aux actions horizontales. Il est alors proposé ici de créer un ou plusieurs étages de raidissement :

- Situé au sommet de la construction, on l'appellera étage chapeau ou étage de raidissement en tête/au sommet.
- Position quelconque sur la hauteur, on le(s) nommera étage de raidissement ou étage ceinture. Le(s) étage(s) de raidissement sont des étages très rigides, sur un ou plusieurs niveaux, composés essentiellement de murs reliant le noyau aux colonnes



## ➤ Divers systèmes composites

Combinaison de deux ou plusieurs des types de base indiqués auparavant.

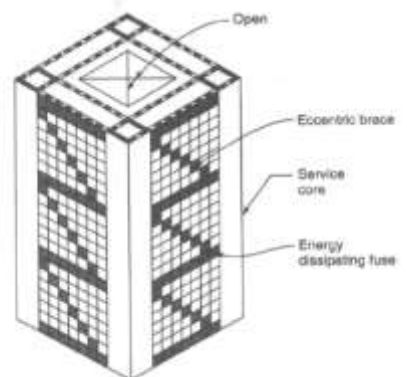


Figure 4 : Système à noyaux multiples [20]

## ➤ Systèmes tubes

Ce dernier système de raidissement horizontal est sans conteste celui qui permet d'atteindre les hauteurs les plus impressionnantes. Entièrement en béton armé, il peut supporter et raidir des constructions jusqu'à environ 140 étages.

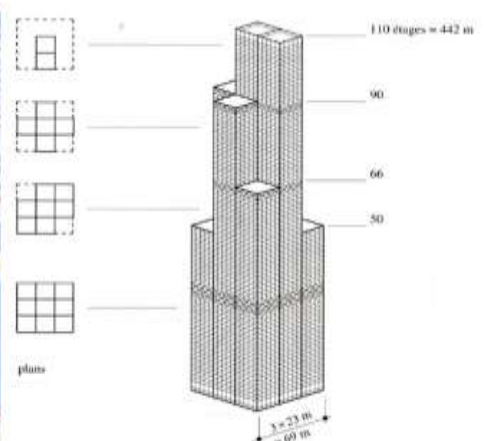


Figure 10 : Système en tubes modulaires [4, 47]

# Problématique

Par raison d'avoir plusieurs types de raidisseurs, et que chaque système a ses propres propriétés et ses propres conditions d'application. On va avoir à choisir un système composite qui regroupe 2 ou plusieurs systèmes de base.

Dans ce sens, pour étudier ce système et savoir en quel étage on va employer l' étage de raidissement, on doit résoudre l' équation différentielle du comportement d'un gratte-ciel sous l'effet des charges appliquées par le vent sur sa surface latérale. Et pour se faire nous allons avoir recours à la méthode optimisée de Khan & Sbarounis au lieu de la méthode traditionnelle de continuum.

## Système de raidissement choisi:

Le système de raidissement de ce gratte-ciel est composé d'un noyau central, de piliers bi-encastres et d'un étage de raidissement.

En résumé, on devra étudier une interaction noyau-cadres, le tout avec l'ajout d'un étage de raidissement. On prend donc un exemple de 6 colonnes centrales et 30 colonnes de bords liées directement à l'étage de raidissement.

Les colonnes restantes sont quant à elles liées à cet étage par l'intermédiaire des dalles en fonction de leur rigidité propre.

Les ouvertures possibles à l'intérieur des murs de l'étage de raidissement ne sont pas prises en considération.

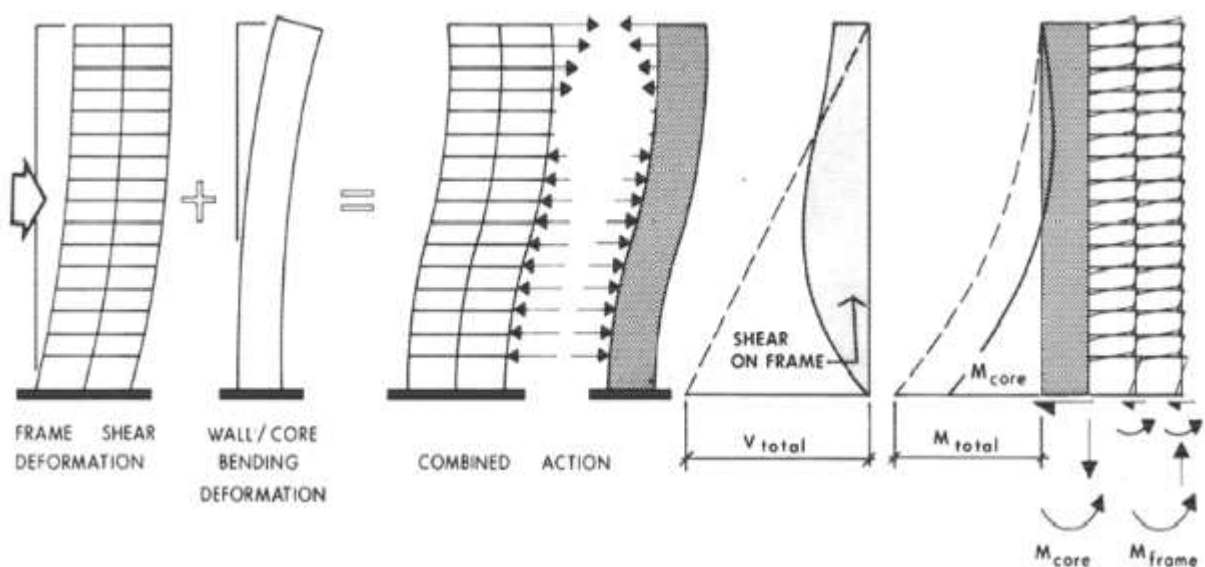
# Modèle Théorique du comportement du gratte-ciel

Le but de ce paragraphe est d'établir l'équation différentielle de comportement du système et connaître ses hypothèses. Cela nous servira alors à :

- Résoudre cette équation.
- Établir des modèles numériques aussi proches que possible de la réalité.
- Analyser les résultats obtenus par les différents modèles.

La démarche de résolution pour la suite de ce travail sera de commencer par résoudre un système simplifié cadres-noyau sans étage ceinture, illustré à la Figure ci-dessous, puis d'augmenter la complexité en intégrant le(s) étage(s) de raidissement.

Les résolutions, analytiques ou numériques, se feront dans un premier temps en variant un ou plusieurs paramètres afin de connaître leur influence sur l'optimisation. Puis, nous ferons uniquement varier la position de l'étage de raidissement en fixant les autres paramètres afin de connaître sa position optimale.



Quelques notations qu'on va utiliser le long de ce sujet:

Comme nous l'avons vu, le système de raidissement est une combinaison entre un système noyau-étage de raidissement et un système composé de cadres rigides. Avant de commencer, nous définissons clairement ces deux systèmes qui travaillent en parallèle :

- Système « W » : Murs et groupes de murs, noyau(x). Ce système peut donc prendre une multitude de configurations. Les murs peuvent être construits sur l'entier ou seulement sur une partie de la hauteur, et les dimensions sont généralement variables.
- Système « F » : Les cadres sont composés de tous les éléments ne faisant pas partie du système W. Cela inclut alors toutes les colonnes, poutres et sommiers contribuant à la rigidité latérale. Les éléments de connexion entre les deux systèmes, ici les dalles, font également partie du système F.

# Modèle Mathématique

Avant de passer aux bases mathématiques de ce modèle, il est important de mentionner les différentes hypothèses :

- Les dalles sont infiniment rigides dans leur plan (égalité des déplacements à chaque étage).
- Les hauteurs d'étage, les sections des éléments et les modules d'élasticité des matériaux sont constants le long de la hauteur pour les systèmes W et F.
- Les deux systèmes doivent être symétriques dans le plan afin de ne pas introduire des effets de torsion. Les charges appliquées dans une direction principale ne produisent donc que des déformations dans cette même direction.

Puis en se reportant aux équations différentielles basiques de la déformée d'une poutre et les équations différentielles de Bernoulli et de Timoshenko, on trouve l'équation suivante:

$$EI \frac{d^4 v(x)}{dx^4} - GA \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = q(x)$$

Nous sommes obligés de même de définir les ordres de grandeur des différents paramètres intervenants dans la résolution de cette équation différentielle, et dans ce sens on trouve les valeurs des ordres de grandeurs suivantes:

1. Pour l'inertie du noyau:

| Murs du noyau liés |                        |                |                                          | Murs du noyau indépendants |                        |                |                                          |
|--------------------|------------------------|----------------|------------------------------------------|----------------------------|------------------------|----------------|------------------------------------------|
| Étages             | Noyau                  |                |                                          | étages                     | noyau                  |                |                                          |
|                    | Type béton             | Épaisseur [mm] | Inertie I <sub>y</sub> [m <sup>4</sup> ] |                            | Type béton             | Épaisseur [mm] | Inertie I <sub>y</sub> [m <sup>4</sup> ] |
| 44 - toiture       | C30/37                 | 400            | 1322                                     | 44 - toiture               | C30/37                 | 400            | 173                                      |
| 8 - 43             | C30/37                 | 550            | 1768                                     | 8 - 43                     | C30/37                 | 550            | 224                                      |
| 0 - 7              | C30/37                 | 600            | 1911                                     | 0 - 7                      | C30/37                 | 600            | 240                                      |
| Moyenne            | E [N/mm <sup>2</sup> ] | Épaisseur [mm] | Inertie I <sub>y</sub> [m <sup>4</sup> ] | Moyenne                    | E [N/mm <sup>2</sup> ] | Épaisseur [mm] | Inertie I <sub>y</sub> [m <sup>4</sup> ] |
|                    | 32000                  | 508            | 1646                                     |                            | 32000                  | 508            | 211                                      |

2. Pour la rigidité latérale des cadres:

3. Pour les charges du vent:

| Étages       | Colonnes intérieures |               | Colonnes centrales |               | Colonnes de bords |               | GA' numérique 3D x 10 <sup>10</sup> [kN] |
|--------------|----------------------|---------------|--------------------|---------------|-------------------|---------------|------------------------------------------|
|              | Type béton           | Diamètre [mm] | Type béton         | Diamètre [mm] | Type béton        | Diamètre [mm] |                                          |
| 44 - toiture | C40/50               | 480           | C40/50             | 660           | C40/50            | 680           | 3370                                     |
| 8 - 43       | C50/60               | 550           | C50/60             | 810           | C50/60            | 700           | 3788                                     |
| 0 - 7        | C75/90               | 600           | C75/90             | 920           | C75/90            | 820           | 4171                                     |

| Étages       | q total [kN/m <sup>2</sup> ] |
|--------------|------------------------------|
| toiture - 48 | 3.625                        |
| 47 - 32      | 3.25                         |
| 31 - 16      | 3.125                        |
| 15 - Rez     | 1.625                        |

# Résolution de l'équation différentielle de comportement:

## I. La résolution par la méthode de continuum:

Les résolutions théoriques ont pour but de déterminer la position optimale de l'étage de raidissement sur le modèle complet réel.

Pour y arriver, nous allons commencer par résoudre des modèles très simples (noyau seul) et augmenter au fur et à mesure leur complexité, en premier en résolvant le système noyau + étage de raidissement puis on résout le système noyau + cadre, par la suite le système noyau + cadre + étage de raidissement tout en changeant à chaque fois les variables de l'équation envisagée.

L'inconvénient de cette méthode est que: L'application de la méthode du continuum est fortement limitée par certaines hypothèses. On peut par exemple citer les inerties constantes sur toute la hauteur de la construction ou encore la difficulté de résolution avec des charges variables.

Cette méthode est bien sûr applicable pour la conception d'un ouvrage mais nécessite beaucoup de simplifications et donc d'approximations.

Or, avoir plusieurs approximations pour la conception d'une construction qui s'étale sur des milliers de mètres carrés et qui peut tout simplement atteindre 200m de hauteur et plus n'est certainement pas si rassurant.

C'est pour cela que les ingénieurs Fazlur R. Khan et John A. Sbarounis ont proposé d'optimiser cette méthode pour pouvoir l'appliquer à ces structures. Elle est donc par exemple applicable pour des structures avec des dimensions d'éléments variables le long de la hauteur.

## II. La résolution par la méthode de Khan & Sbarounis

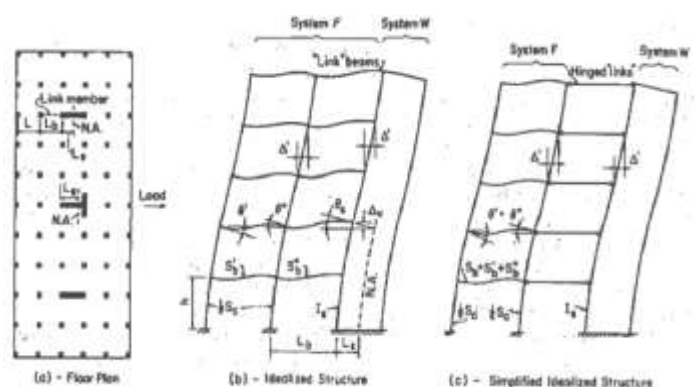
Cette solution numérique ne nécessite pas d'hypothèses simplificatrices quant au comportement de la structure ou à la configuration des éléments (variation des dimensions ou des positions).

Elle est applicable pour l'analyse de forces latérales dues au vent ou aux tremblements de terre et l'utilisation d'un simple tableur Excel est suffisante pour résoudre le problème.

En effet, la méthode de résolution est itérative et donc un bon critère de convergence et un grand nombre d'itérations permettent d'affiner le résultat jusqu'à la précision désirée.

L'analyse est réalisée en deux étapes:

- La première, comme sur la figure, consiste à déterminer la répartition de la charge horizontale entre les différents murs et cadres, respectivement, à chaque étage. Pour ce faire, la structure est séparée en deux systèmes distincts : le noyau W et les cadres F.
- La seconde étape d'analyse consiste à soumettre chacun des systèmes isolés à un modèle de déformation dérivé de la structure entière par la solution itérative.

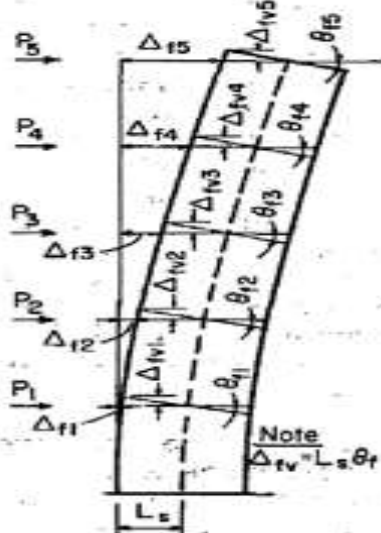
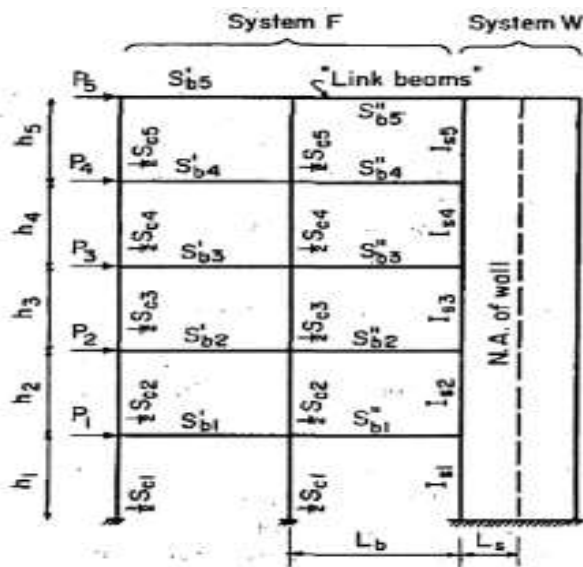


# Méthode de khan & Sbarounis

La résolution par cette méthode est faite en 6 étapes:

1. La charge totale du vent sur la structure idéalisée (Figure 1) est appliquée au système W à chaque étage.

Et par un calcul, manuel ou numérique, les déformations horizontales du système W sont déterminées (Figure 2)



2. Nous commençons ici le premier cycle d'itération en appliquant les déformations du système W au système F.

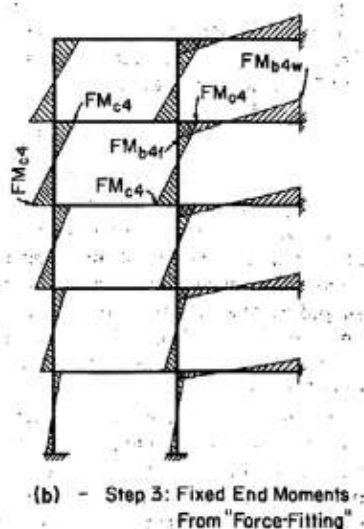
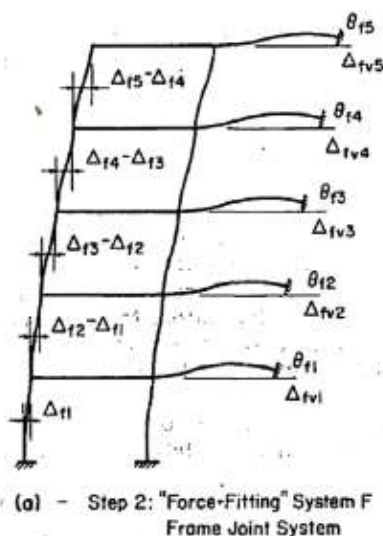
Pour une convergence rapide, la forme de déformation finale peut être approximée par des abaques. En l'absence de cette aide, la déformée finale est considérée comme identique à celle du système W libre.

Ceci implique que, pour le premier cycle d'itération, la déformation initiale de l'étage i sera :

$$\Delta_{fi(1)} = \Delta_{fi}$$

N.B: La déformation libre horizontale de l'étage i est notée  $\Delta_{fi}$  et celle de l'étage supérieur  $\Delta_{f(i+1)}$ .

Le système F est donc forcé de suivre ces déformations à chaque étage comme sur la figure ci-dessous:



# Méthode de khan & Sbarounis

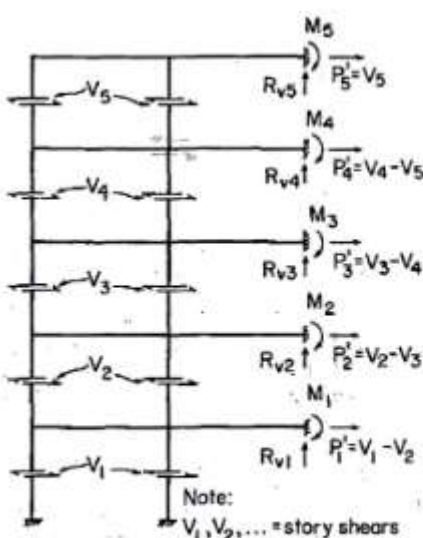
3. Les moments introduits par la compatibilité des déplacements entre les systèmes peuvent être directement déterminés en réalisant les diagrammes des moments.

Le système contraint en déplacement (Figure précédente (a)) n'a pas de force externe supplémentaire appliquée, mais seulement les déformations horizontales connues aux points de liaison.

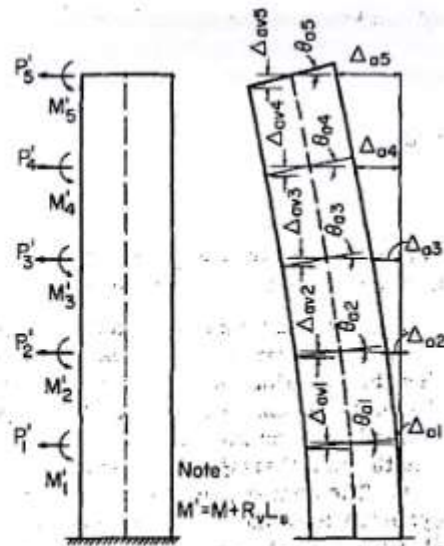
On a, pour des colonnes et des dalles de dimensions constantes sur un même étage, les moments maximaux en tête et en pied de colonnes (Figure précédente (b)) pour l'étage  $i$  :

$$FM_{ci} = \left( \frac{6EI_{ci}}{h_i^2} \right) \cdot (\Delta_i - \Delta_{i-1})$$

4. Après avoir appliqué au système F les déplacements du système W et trouvé les moments dans les colonnes, on calcule les efforts tranchants totaux à chaque étage du système F afin de les réappliquer au le système W (Figure ci-dessous) et que les efforts  $P_i'$  générés par compatibilités des déformations pourront être utilisés tels quels dans la prochaine étape. Ces forces horizontales sont illustrées de manière indicative sur la figure, mais pourront en réalité être positives ou négatives selon les étages.



(a) - Step 4: Forces & Moments In System F After Moment Distribution



(b) - Step 5: Forces & Moments From System F Applied To System W

5. On applique les efforts  $P_i'$  obtenus au point précédent du système F au système W libre (Figure 43b). On peut alors calculer les déplacements négatifs  $\Delta_{ai}$  du système W. La déformation totale du système W, par rapport à sa position verticale d'origine, est obtenue par la somme algébrique de  $\Delta_{fi}$  et  $\Delta_{ai}$ . On exprime alors les déplacements du système W, à l'étage  $i$ , à la fin du 1er cycle d'itération par :

$$\Delta_{ai(1)} = \Delta_{fi} - \Delta_{ai(1)}$$

Or, en général, à la fin du Nème cycle d'itération :

$$\Delta_{ai(n)} = \Delta_{fi(n)} - \Delta_{ai(n)}$$

# Méthode de khan & Sbarounis

On arrive ici à la fin d'un cycle d'itération. Pour que la déformation obtenue soit la valeur stable finale, il faut que le déplacement initial de l'étage  $i$  au début du  $N$ ème cycle d'itération:  $\Delta_{ii}(n)$ , soit égal au déplacement final:  $\Delta_{ei}(n)$ , à la fin de ce même cycle d'itération.

La généralisation de cette méthode dépend donc de l'utilisation d'un propre « facteur de convergence forcée » à appliquer au déplacement initial du  $N$ ème cycle d'itération.

6. La dernière étape est relative au facteur de correction qui provient essentiellement de l'hypothèse qu'à chaque cycle d'itération, le mouvement du système  $W$  à chaque étage est linéairement proportionnel au mouvement du système

On peut donc montrer que, si au  $N$ ème cycle la valeur initiale de l'étage  $i$  est  $\Delta_{ii}(n)$  et la valeur finale  $\Delta_{ei}(n)$ , la valeur initiale au  $(N+1)$ ème cycle devrait être:

$$\Delta_{ii(n+1)} = \Delta_{ii(n)} + \frac{\Delta_{ei(n)} - \Delta_{ii(n)}}{1 + \left[ \frac{(\Delta_{fi} - \Delta_{ei(n)})}{\Delta_{ii(n)}} \right]}$$

Et pour clore cette méthode, À la fin de chaque cycle d'itération,  $\Delta_{ei}$  et  $\Delta_{ii}$  doivent être comparées jusqu'à ce que la convergence satisfasse une certaine tolérance, par exemple 5 à 10% selon les critères de l'ingénieur.

## Commentaire:

Cette méthode fonctionne bien mais s'avère très longue et fastidieuse ne serait-ce que pour ce cas extrêmement simplifié. Elle est donc certainement très utile dans le cas où on essaye de vérifier les calculs, ou dans le cas où on veut des résultats plus précis que les résultats obtenus par la méthode de continuum, ou même dans le cas où deux logiciels donnent des résultats non conformes par complexité de calcul ou par faute d'estimation des variables.

# Application au Maroc

Le Maroc étant un pays à culture de gratte-ciel très limitée et ayant des constructions qui n'ont pas encore franchit le seuil de 150m de hauteur, est un pays idéal pour implémenter cette méthode d'optimisation d'analyse et de calcul de l'équation différentielle qui permet de déterminer le comportement d'un gratte-ciel face aux charges du vent. De plus, puisque cette méthode devient exponentiellement plus complexe en augmente de hauteur, donc possédant des gratte-ciels qui s'élèvent à un centaine de mètres est un point fort pour l'application de cette méthode au Maroc.

## Conclusion et qui peut intervenir dans ce projet d'optimisation:

En se basant sur cette recherche et ce que je viens d'analyser et de comprendre, il me semble qu'un bureau d'étude spécialisé en ce type de constructions et ayant des ingénieurs habitués à ces types de calculs longs et ayant des compétences et des skills qui leurs permettent d'analyser un projet de cette ampleur sera plus efficace qu'avoir une société pour s'occuper de ce projet.

## Références:

<https://docplayer.fr/9127835-Dimensionnement-d-un-gratte-ciel-et-etude-des-possibilites-de-raidisement-d-une-construction-en-hauteur.html>

[https://www.ingware.ch/files/annexes\\_lopez.pdf](https://www.ingware.ch/files/annexes_lopez.pdf)

<https://www.skyscrapercity.com/threads/john-hancock-center-wins-fifth-hall-of-fame-contest.160293/>

<https://skyscraper.org/tallest-towers/sears-tower/>